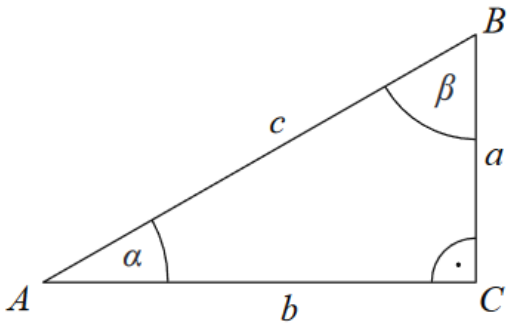
TRYGONOMETRIA

- Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym



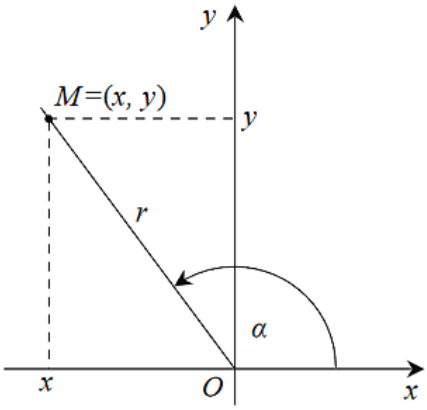
$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \qquad \sin\beta = \frac{b}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} \qquad \cos\beta = \frac{a}{c}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b} \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{b}{a}$$

https://szaloneliczby.pl/funkcje-trygonometryczne-w-trojkacie-prostokatnym-sinus-cosinus-tangens/

- Definicje funkcji trygonometrycznych



$$\sin\alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x}, \text{ gdy } x \neq 0$$

gdzie $r = \sqrt{x^2 + y^2} > 0$ jest promieniem wodzącym punktu M

https://szaloneliczby.pl/funkcje-trygonometryczne-w-ukladzie-wspolrzednych/

- Związki między funkcjami tego samego kąta

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \text{dla} \qquad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \qquad k - \text{całkowite}$$

https://www.youtube.com/watch?v=fTuu19IqmJU
https://www.youtube.com/watch?v=ppS8PY1ReVk
https://www.youtube.com/watch?v=IhichJCLJkY

- Wybrane wzory redukcyjne

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha \qquad \cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$$
$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha \qquad \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$$
$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha \qquad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha \qquad \mathrm{tg}(180^\circ - \alpha) = -\mathrm{tg}\,\alpha$$
$$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin\alpha \qquad \cos(180^\circ + \alpha) = -\cos\alpha \qquad \mathrm{tg}(180^\circ + \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha$$

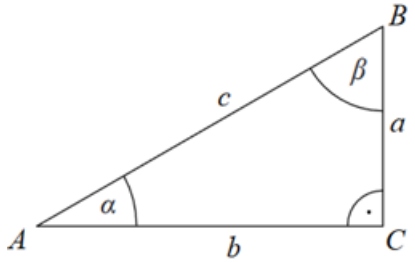
https://szaloneliczby.pl/wzory-redukcyjne/

- Niektóre wartości funkcji trygonometrycznych

α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

Rozwiązując zadania korzystaj z tablic matematycznych !!!!!

ZADANIA POWTÓRZENIOWE



I. Oblicz długości boków trójkąta prostokątnego ABC (rysunek obok), mając dane:

a) $c = 15, sin\alpha = \frac{3}{5}$

b) $a = 14, sin\beta = \frac{24}{25}$

II. Wyznacz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α

a) $sin\alpha = \frac{12}{13}$

b) $cos\alpha = \frac{8}{17}$

c) $tg\alpha = \frac{60}{11}$

d) $tg\alpha = 2$

III. Kąt α jest ostry, a $sin\alpha = \frac{2}{3}$. Oblicz wartość wyrażenia.

a) $1 - 3sin^2\alpha$

b) $\frac{\sqrt{1+tg^2\alpha}}{cos\alpha}$

IV. Oblicz korzystając ze wzorów redukcyjnych.

a) $sin120°$

b) $sin150°$

c) $cos135°$

d) $cos120°$

e) $tg135°$

f) $tg150°$

V. Punkt P leży na ramieniu końcowym kąta α. Oblicz $sin\alpha, cos\alpha, tg\alpha, ctg\alpha$, gdy:

a) $P(-4,3)$

b) $P(-6,8)$

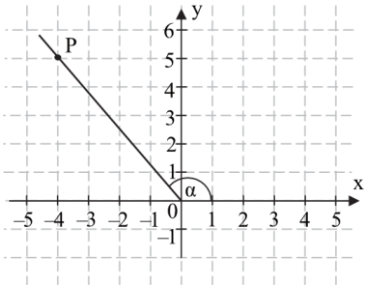
VI. Uzasadnij równość dla dowolnego kąta ostrego α.

a) $cos^2\alpha \cdot (tg^2\alpha + 1) = 1$

b) $\frac{sin\alpha + cos\alpha}{cos\alpha} = 1 + tg\alpha$

c) $\frac{cos^2\alpha}{1-sin\alpha} + \frac{cos^2\alpha}{1+sin\alpha} = 2$

ZADANIA MATURALNE 2015-2019



1. Tangens kąta α zaznaczonego na rysunku jest równy

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $-\frac{4}{5}$

C. -1

D. $-\frac{5}{4}$

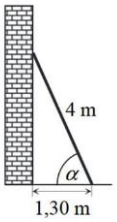
2. Jeśli $0° < \alpha < 90°$ oraz $tg\alpha = 2sin\alpha$, to

A. $cos\alpha = \frac{1}{2}$

B. $cos\alpha = 1$,

C. $cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$



3. Drabinę o długości 4 metrów oparto o pionowy mur, a jej podstawę umieszczono w odległości 1,30 m od tego muru. Kąt α pod jakim ustawiono drabinę, spełnia warunek

A. $0° < \alpha < 30°$

B. $30° < \alpha < 45°$

C. $45° < \alpha < 60°$

D. $60° < \alpha < 90°$

4. Kąt α jest ostry i $sin\alpha = \frac{2}{5}$. Wówczas $cos\alpha$ jest równy

A. $\frac{5}{2}$

B. $\frac{\sqrt{21}}{4}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{\sqrt{21}}{5}$

5. Wartość wyrażenia $sin120° - cos30°$ jest równa

A. $sin90°$

B. $sin150°$

C. $sin0°$

D. $sin60°$

6. Wyrażenie $3sin^3\ cos\alpha + 3\sin\alpha cos^3\alpha$ może być przekształcone do postaci

A. 3 **C.** $3sin^3\alpha\ cos^3\alpha$

B. $3sin\alpha\cos\alpha$ **D.** $6sin^4\alpha\ cos^4\alpha$

7. Kąt α jest ostry i $tg\alpha = \frac{2}{3}$. Wtedy

A. $sin\alpha = \frac{3\sqrt{13}}{26}$ **B.** $sin\alpha = \frac{\sqrt{13}}{13}$ **C.** $sin\alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ **D.** $sin\alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

8. W trójkącie prostokątnym o długościach przyprostokątnych 2 i 5 cosinus większego z kątów ostrych jest równy

A. $\frac{5}{2}$ **B.** $\frac{2}{5}$ **C.** $\frac{2}{\sqrt{29}}$ **D.** $\frac{5}{\sqrt{29}}$

9. **(2 pkt)** Kąt α jest ostry i $(sin\alpha + cos\alpha)^2 = \frac{3}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $sin\alpha \cdot cos\alpha$.

10. Kąt α jest ostry i $sin\alpha = \frac{4}{5}$. Wtedy wartość wyrażenia $sin\alpha - cos\alpha$ jest równa

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{17}{25}$ **D.** $\frac{1}{25}$

11. Wartość wyrażenia $(tg60° + tg45°)^2 - sin60°$ jest równa

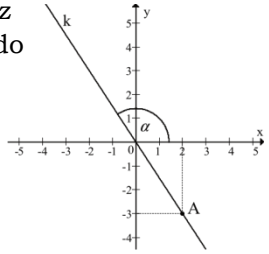
A. $2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$ **C.** $4 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $4 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$

12. Jeśli $m = sin50°$, to

A. $m = sin40°$ **B.** $m = cos40°$ **C.** $m = cos50°$ **D.** $m = tg50°$

13. Na rysunku przedstawiona jest prosta k, przechodząca przez punkt $A(2,-3)$ i przez początek układu współrzędnych oraz zaznaczony jest kąt α nachylenia tej prostej do osi Ox.

Zatem



A. $tg\alpha = -\frac{2}{3}$ **C.** $tg\alpha = \frac{2}{3}$

B. $tg\alpha = -\frac{3}{2}$ **D.** $tg\alpha = \frac{3}{2}$

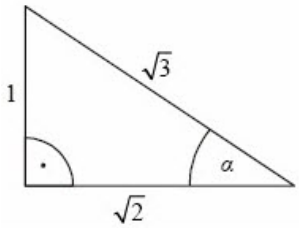
14. Sinus kąta ostrego α jest równy $\frac{4}{5}$. Wtedy

A. $cos\alpha = \frac{5}{4}$ **B.** $cos\alpha = \frac{1}{5}$ **C.** $cos\alpha = \frac{9}{25}$ **D.** $cos\alpha = \frac{3}{5}$

15. Kąt α jest ostry i spełniona jest równość $sin\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$. Stąd wynika, że

A. $cos\alpha = \frac{24}{49}$ **B.** $cos\alpha = \frac{5}{7}$ **C.** $cos\alpha = \frac{25}{49}$ **D.** $cos\alpha = \frac{5\sqrt{6}}{7}$

16. Dany jest trójkąt prostokątny (patrz rysunek). Wtedy $tg\alpha$ jest równy:



A. $\sqrt{2}$,

B. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$,

C. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$,

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

17. Przyprostokątna LM ma długość 3, a przeciwprsotokątna KL ma długość 8. Wtedy miara α kąta ostrego LKM tego trójkąta spełnia warunek

A. $27° < \alpha \leqslant 30°$ **C.** $21° < \alpha \leqslant 24°$

B. $24° < \alpha \leqslant 27°$ **D.** $18° < \alpha \leqslant 21°$

18. Uzasadnij, że dla każdego $\alpha \in \langle 0°; 90°\rangle \cup \langle 90°; 180°\rangle$ prawdą jest, że:

$$(1 + sin\alpha) \cdot \left(\frac{1}{cos\alpha} - tg\alpha\right) = cos\alpha$$

19. Jeżeli α jest kątem ostrym oraz $tg\alpha = \frac{2}{5}$, to wartość wyrażenia $\frac{3cos\alpha - 2sin\alpha}{sin\alpha - 5cos\alpha}$ jest równa

A. $-\frac{11}{23}$ **B.** $\frac{24}{5}$ **C.** $-\frac{23}{11}$ **D.** $\frac{5}{24}$

20. Kąt α jest ostry i $sin\alpha = \frac{7}{13}$. Wtedy $tg\alpha$ jest równy

A. $\frac{7}{6}$ **B.** $\frac{7 \cdot 13}{120}$ **C.** $\frac{7}{\sqrt{120}}$ **D.** $\frac{7}{13\sqrt{120}}$

21. Liczba $tg30° - sin30°$ jest równa

A. $\sqrt{3} - 1$ **B.** $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}-1}{6}$ **D.** $\frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

22. Kąt α jest ostry i $sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Wartość wyrażenia $cos^2\alpha - 2$ jest równa

A. $-\frac{7}{4}$

B. $-\frac{1}{4}$

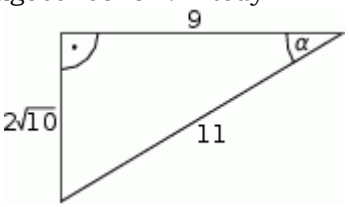
C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

23. W trójkącie prostokątnym ABC odcinek AB jest przeciwprostokątną i $|AB| = 13$ oraz $|BC| = 12$. Wówczas sinus kąta ABC jest równy

A. $\frac{12}{13}$ **B.** $\frac{5}{13}$ **C.** $\frac{5}{12}$ **D.** $\frac{13}{12}$

24. W trójkącie prostokątnym dane są długości boków. Wtedy



A. $cos\alpha = \frac{9}{11}$

B. $sin\alpha = \frac{9}{11}$

C. $sin\alpha = \frac{11}{2\sqrt{10}}$

D. $cos\alpha = \frac{2\sqrt{10}}{11}$

25. **(2 pkt)** Kąt α jest ostry i $sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $sin^2\alpha - 3cos^2\alpha$.